پوهنتون پولی تخنیک کابل
مجله علم و تکنالوژی
جلد(۴۳) - شماره(۱)
جون - سال ۲۰۲۱ هش
KPU-JST
P-ISSN: 2305 – 896X
تاریخ دریافت الر: ۱۴۰۰/۱/۲۴
تاریخ قبولی الر: ۱۴۰۰/۳/۲۸

# مقایسه‌ی روش‌های تحلیلی و گرافیکی دریافت ضرایب انحراف در ارتسام ایزومتری و تأثیر آن بالای محورهای دایره

پوهنوال محمد عرفان عارف[۱]

[۱] استاد دیپارتمنت هندسه‌ی ترسیمی و رسم تخنیکی پوهنتون پولی تخنیک کابل، ناحیه‌ۀ کابل افغانستان.
Email: erfan.arif@kpu.edu.af

**خلاصه**

اکسونومتری تصویری است که در آن اثر سه جهت جسم دیده می‌شود و نام تصویر سه بعدی نیز یاد می‌گردد. در این مقاله اشخاص‌های ضرایب انحراف محورها در ارتسام ایزومتری با روش‌های تحلیلی و گرافیکی و تأثیر آن در ارتسام سازی دریافت و با هم مقایسه گردیده‌اند. از انواع انواع اکسونومتری به تصویر مجسم سازی قایم یا عادی ایزومتری، دیمتری، تصویر انجنیری سازی تحت (دیمتری کاولیر و کابینت و همگذا تصویر مجسم مرکزی (پرسپکتیف) تقسیم‌بندی می‌گردد. تصاویر اکسونومتری به نسبت این که مستوی تصویر با مستوی‌های ارتسام سازی نمی‌باشد از لحاظ تاریخی خلاف آنچه پروی مستوی‌ها دیده می‌شوند در تناقض است. روی این ملحوظ تصویر اکسونومتری محیط مستقیم خواص یا محورهای اکسونومتری ترسیم می‌شوند. انتها چهره مختص‌ها ترجماً دایره به اشکال شبه‌بیضوی پروی مستوی‌های تصویر تغیر می‌یابد که مسأله عوض الکثر اوقات تغیر ضرایب انحراف موضوع تحقیق را تشکیل می‌دهد. پرسش در مورد این‌که دریافت ضرایب انحراف بالای محورهای ایزومتری به اندازه تحلیلی و گرافیکی به چی نتایج منجر خواهد شد و تأثیر آن بالای تصاویر مختص‌ها باعث دایره‌که به شبه‌بیضوی تبدیل می‌شود به طریقه‌های گرافیکی و تحلیلی قابل مقایسه می‌باشد؟ پرعلاوه دریافت ضرایب انحراف به اندازه‌ی تحلیلی و گرافیکی روش‌های مختلف ترسیم اکسونومتری‌اند و به اشکال دوره در این مقاله مورد تحقیق قرار گرفته و از میان آن روش مناسب با استدلال‌های گرافیکی در قالب تصاویر همراه با تایید ترشتاری تنسیم گردیده است. قابل یاد آوری است که نتایج دریافت ضرایب انحراف بالای محورها اکسونومتری با روش محاسبوی و گرافیکی فرق قابل ملاحظه ندارد. مقایسه اشخاص‌های انحراف هردو طریقه درین مقاله بصورت واضح تذکر داده شده است.

**اصطلاحات کلیدی:** ایزومتریک، دیمتری، دیمتریک، دایره، ضرایب انحراف و مستوی‌های ارتسام

---

[۱] انحراف محوری

## ۱. مقدمه

تصویر آکسونومتری (تصویر محور سنجه‌ای) یا تصویر سه‌محوری انواع تصاویر موازی است و به سه دسته هریک، ایزومتری (هم اندازه)، دیمتری و تریمتری تقسیم می‌شوند[۳]. علاوه بر تصاویر موازی قایم، تصاویر نوع موازی مایل آن نیز وجود دارند[۴].

تصاویر آکسونومتری در دسته‌ی تصاویر ارتوگرافیک قرار می‌گیرند. ویژگی اصلی تصاویر آکسونومتری این است که به آن از زاویه‌ای به جسم نگاه می‌کند که بتواند از وجه آنرا ببیند. در تصویر آکسونومتری می‌توان برای سه محور اصلی مقیاس‌های متفاوتی در نظر گرفت؛ اگر این مقیاس‌ها برابر باشند تصویر حاصله ایزومتری است؛ اگر دو مقیاس برابر و یکی متفاوت باشد دیمتری و اگر سه مقیاس متفاوت باشد، تصویر تریمتری خوانده می‌شود[۵].

پیرامون دگر می‌توان تصویر آکسونومتری را ارتوگرافیکی دانست که هدفش نمایش همزمان چندین وجه جسم است. مقیاس محورها به میزان چرخش جسم و مایل بودن آن بستگی دارند. خطوطی از جسم که زاویه آنها نسبت به صفحه‌ی تصویر به ۹۰° نزدیک باشد، تصویرشان کوچکتر خواهند شد. برای پی‌بردن به این‌که یک تصویر از کدام یکی از انواع ایزومتری، دیمتری یا تریمتری است، کافی است زاویه محورهای اصلی جسم را نسبت به صفحه‌ی تصویر به دست آوریم. اگر هرسه زاویه برابر باشند، مقیاس‌های سه محور برای تصویر ایزومتری مساوی است[۲].

تصویر ایزومتری رایج‌ترین نوع تصویرسازی گرافیکی در علوم فنی است و یکی از انواع تصاویر آکسونومتری به شمار می‌رود[۱]. برای ترسیم آن جسم به اندازه ۴۵° در راستای عمودی نسبت به محوری ۱ چرخانده شده که تقریباً ۳۵.۲۶۴° (دقیقاً به اندازه $\sin^{-1}(\tan 30^\circ)$) به جلو نسبت به محوری y مایل می‌شود[۱]. به این ترتیب زاویه بین محورهای جسم در تصویر ایزومتری ۱۲۰° خواهد شد. در نتیجه تصویر در راستای هرسه محور دارای مقیاس یکسان خواهد بود و نسبت اندازه‌ها حفظ می‌شود. براثر این نوع گردش جسم، اندازه‌ها در تصویر ۸۱۶ ۰ برابر اندازه‌های واقعی خواهند شد[۵]. برای مقاصد عملی نیاز به اندازه‌گیری نیستیم. آنرا دوباره تا مقیاس ۱:۱ بزرگ می‌کنند[۲]. درهنگام رسم، تصاویر ایزومتری معمولاً به کمک نرم افزارها مانند کد انجام می‌شود. با این وجود ترسیم کلی ایزومتری به ویژه در مراحل اولیه طراحی می‌تواند مفید باشد و کاربرد دارد. برای رسم دستی تصاویر ایزومتری از کاغذ مش‌دار که دارای خطوط شبکه‌ای موازی با محورهای اصلی تصویر (عمق، پهنا و ارتفاع) هستند می‌توان استفاده کرد[۲].

در تصاویر ایزومتری، کلیه خطوطی که با محورهای ایزومتری موازی باشند، خطوط ایزومتریکی خوانده می‌شوند که اندازه آنها حفظ می‌گردد، اما کلیه خطوط غیرایزومتریکی به اندازه واقعی خود ظاهر نمی‌شوند و رسم شان دشوارتر خواهد بود زیرا به اندازه‌گیری‌های اضافی جهت ترسیم آن ضرورت می‌یابد[۱]. باتوجه به این نوع تغییر مقیاس، اشکال دایره‌ای جسم در دستی تصویر به‌صورت بیضوی تغییر شکل می‌یابد. با وجود تکنیک‌ها و ابزارهای مختلف، رسم بیضوی‌ها می‌تواند دشوار باشد. برای جایگزینی صحیح می‌توان از مربع استطیل محیطی (دایره بیضوی جهت یافتن محل دقیق قطر بزرگ ترسیم منحنی‌های مربوط بیضوی استفاده کرد. اشکال دیگر نیز با تعریف شبکه‌ی مربعی در سطح شکل و انتقال نقاط

تماس مجسم با شبکه‌ی معادل در تصویر قابل رسم اند[۱]. برعلاوه با استفاده از اندازه قطرهای بزرگ و کوچک و ترسیم چهار قوس از نقاط مشخص می‌توان خط بیضوی ایزومتری را ترسیم نمود [۴].

## ۲. ارایه مساله تحقیق

ترسیم محورها اکسونومتری می‌تواند به‌شکل تحلیلی و گرافیکی دریافت و با هم مقایسه گردند. شاخص‌های انحراف بالای محورهای اکسونومتری در تمامی حالات مساوی نمی‌باشند[۵]. هرگاه ضرایب انحراف بالای محورها ایزومتری مساوی به ۱ قبول گردد، تصویر حاصله ایزومتری بوده و زاویه میان محورها ۱۲۰° می‌باشد [۵].

شاخص‌های انحراف به صورت تحلیلی و گرافیکی برای محورهای $i_x$ و $i_y$ ایزومتریک با توجه به دوران نسبت دو محور به اندازه ۹۰° حاصل می‌گردد [۵]. ولی برای ساده سازی و ترسیم مناسب، ضرایب انحراف را به اندازه ۱ در عمل قبول می‌کنند. از شکل (۲) مشاهده می‌گردد که محور x مخالف گردش عقربه ساعت به اندازه ۳۰° نسبت به افق دوران می‌نماید و محور y موافق گردش عقربه ساعت عین اندازه نسبت به افق چرخانده می‌شود. این موضوع هم به‌صورت گرافیکی و هم به‌شکل تحلیلی تحقیق و مقایسه گردیده است. با تغییر محورها از حالت مسطح به حالت فضایی آپیکات‌های مساویم الخط که موازی به محورها ایزومتری اند بدون کم کاست به اندازه حقیقی خویش در تصاویر ایزومتری ترسیم می‌گردند[۱]. تصویر دایره در ارتسام ایزومتری به نسبت عدم موازی بودن با مساوی تصویر به‌شکل منحنی لیکالی ترسیم می‌شود[۱]. تأثیر انحراف زاویوی محورها منتظم به تصویر کاندیدن روش‌های متعدی ترسیم ایزومتری دایره بوده که میتودهای ترسیماتی آن با استفاده از قیمت‌های قطر بزرگ و کوچک بیضوی به‌شکل مرسوم مطالعه و مقایسه گردیده است

## ۳. اهداف تحقیق

اهداف تحقیق، بررسی امکان تسهیل سهولت زمانی مطالعه مضامین ترسیمانی در سال اول و تأثیر آن بر توانایی‌های دانشجویان برای ایجاد ذهنیت سه بعدی با استفاده از ارتسامات موازی و توسعه مهارت‌های تجسم فضایی آن‌ها می‌باشد که برای نایل شدن به اهداف ذیل صورت گرفته است:

۱. مفهوم ضرایب انحراف محورهای اکسونومتری و گونه‌های ترسیماتی آن،

۲. مقایسه شاخص‌ها و ضرایب انحراف به‌صورت تحلیلی و گرافیکی،

۳. تأثیر ضرایب انحراف در ترسیم دایره بالای محورهای ایزومتری،

۴. تشخیص توانایی و برتری دریافت ضرایب انحراف با روش‌های تحلیلی و گرافیکی.

**۲. اهمیت تحقیق**

اپزومتری نوعی تصویر پرجسته سه‌بعدی است که برای ایجاد طرحی مناسب تصویر از یک شی، بعد از آن که به دور محورهای خود می‌چرخد و صفحه‌ای ذهنی را خالی می‌نماید. وجوه سه بعدی شی را نشان می‌دهد ترسیم می‌شود [۱]. ارتسام اپزومتری معمولاً توسط انجینران در اکثر کشورها به خصوص در امریکا و اروپا جهت مجسم نمودن اجسام مطابق هندسی استفاده می‌شود. این روش ترسیمی برای توضیحات گره‌های ساختمانی تعمیرات چاه طبقاتی وسایر ساختمان‌های و پروژه‌های ماشین جهت ارایه اکثر مسایل انجینری مفید دانسته می‌شود [۲]. قابل یادآوری است که استفاده از تصاویر اپزومتری برای تجسم نقشه‌ها در بعضی کشورها مانند افغانستان، مصر و عراق میانه کمتر قابل استفاده می‌باشد [۶].

تحقیق پیرامون روش‌های تشکیل محورها اپزومتری، مقیاسات و ضرایب انحراف با روش‌های گرافیکی و تحلیلی دارای اهمیت خاص بوده و می‌تواند محصلان را در هنگام آموزش کمک نماید. تفاوت‌سازی تبدیل ارتسام فایق‌الزاویه دو اندازه‌یی به تصویر سه بعدی با مفاهیم اپزومتری آن با محورهای ارتسام. همگذا شاخص‌های انحراف بستگی ریاضیکی دارد. علاوتاً موجودیت سه محور در یک کنج که درحقیقت سه فایده را تشکیل می‌دهند و با نقطه‌های دو بعدی رابطه زنجیر دارد مستلزم واکاوی‌های بیشتر را می‌نماید که در این مقاله روی آن پرداخته شده، که اهمیت تحقیق را نشان می‌دهد [۶].

تغییر سیستماتیکه محورهای اپزومتری باعث یک سلسله دگرگونی‌ها در ارتباط اشکال سه‌بعدی می‌گردد. مثلاً خطوط که موازی به محورهای فایق اند در اپزومتری موازات خود را نسبت به محورهای که موازی اند حفظ می‌نمایند. درحالی‌که خطوط خلاف‌موازی موقعیت خود را مطابق به مقداری میلان آن در نقشه دوبعدی با درنظر داشت تغییرمحل محورها تغییر می‌دهند [۶].

ترسیم اکسونومتری مشخص دایره درتصاویر مجسم سه‌بعدی ساده و ترکیبی از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشد. انسانها برای اولین بار چرخ دایروی را برای اجرای کارهای تولیدی خویش از مواد محلی برای آسیاب نمودن و خُردکردن مواد جامد وسایر وظایف دگر ساختند. پژوهشات که اشکال دایروی دارند اکثراً اجزای ماشین‌های تولیدی را تشکیل می‌دهند. در ساختمان‌سازی و سایر صنایع از حلقه‌ها و سطوح دارای مسیره‌هشده‌ای دایروی به پیمانه وسیع استفاده می‌گردد. مثلاً پوشش‌های گنبدی در اتاق مذهبی نظیری مساجد، اعمار بندهای آب‌گردان به‌شکل نیمه استوانه‌ای، پل‌های کمانی و سایر صنایع تولیدی با وسعت گسترده مواد استعمال دارند. ترسیم اکسونومتری عناصر چهارگانه و ترکیبی که دارای حلق و برآمدگی‌های دایروی می‌باشند درهنگام ترسیم، دقت و گرافیک ترسیماتی بیشتر داشته و دقیقاً راهکارهای گرافیکی کوتاهتر را اختیار می‌نماید.

ترسیم اکسونومتری دایره با درنظر داشت زاویه میان محورها آن از لحاظ اندازه‌ی فرق می‌نماید مثلاً برای ترسیم اکسونومتری دایره بالای محورهای اپزومتری قطر بزرگ بیضوی به اندازه ۱.۲۲ چند قطر دایره افزایش می‌یابد. در حالی‌که قطر کوچک

پیشوی بالای مین محورها به اندازه ۰/۱ - حتمیت قطر دایره کاهش می‌نماید [۱]. ضرایب مذکور برای دیجیتری با مقایسه ایزومتری متفاوت است. تفاوت ضرایب برای قطرهای پیشوی در محورهای آکسونومتری روش‌های مختلف ترسیماتی را ایجاب می‌نماید تا شیوه‌های ترسیماتی باهم مقایسه گردند و از میان آنها روش مناسب و آسانرا که گرافیکه کمتر و دقت را مضمون نماید، انتخاب گردد.

## ۵. سوالات تحقیق

پرسش‌های تحقیقی که برای موضوع مطرح می‌گردد عبارت اند از:

۱. خطوط که موازی به محورها در ارتسام قایم دو اندازه‌یی اند در ارتسام ایزومتری به کدام متوال تغیر شکل می نماید؟

۲. دریافت ضرایب انحراف به طریقه تحلیلی و گرافیکی از لحاظ مقداری دارای تفاوت قابل ملاحظه اند و یا خیر؟

۳. دریافت ضرایب انحراف در تصاویر دیجیتری می‌تواند با طرق گرافیکی دریافت گردد؟

۴. انتخاب طریقه مناسب ترسیم پیشوی آکسونومتری دایره کدام مزیت‌های گرافیکی را دارد؟

## ۶. روش تحقیق

این تحقیق با استفاده از کتب معتبر ملی و بین‌المللی چاپ و عکسا با مطالعات مقالات مشابه و مراجعه به ژورنالهای هندسه‌ی ترسیمی پیرامون موضوع و همچنان تحلیل و تجارب اساتید مجرب دیپارتمنت هندسه‌ی ترسیمی و ارزیابی نتایج بازپرسی از محصلان رشته‌های مهندسی، ساختمان‌های صنعتی مدنی و ساختمان‌های هایدروتخنیکی، در طول یک سمستر با ترتیب پرسش نامه‌های واحد در مورد چگونگی انتخاب طریقه‌ی مناسب ضرایب انحراف و تاثیر آن بالای محورهای دایره در ارتسام موازی به‌صورت کمی و کیفی صورت گرفته است. جدول‌ها و نمودارهای ارزیابی موضوع به نسبت حجم آن در مقاله گنجانیده نشده. در عوض جهت و صحت موضوع از اشکال ترسیمی استفاده شده است.

جدول ۶.۱. مقایسه فیصدی اشتراک کننده گان استفاده از ضرایب انحراف جهت ترسیم تصاویر ایزومتری با دو طریقه

| شماره | اشتراک کننده گان | گروپ | فیصدی استفاده کننده دریافت ضرایب انحراف به طریقه تحلیلی | فیصد استفاده کننده گان دریافت ضرایب انحراف به طریقه گرافیکی | فیصدی محصلان که در مورد پیشوی نمی دانستند |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۳۱ | CBC-۱-۶ | ۸۱٪ | ۹٪ | ۱۰٪ |
| ۲ | ۲۸ | HS-۱-۶ | ۷۷.۲۵٪ | ۳.۲۵٪ | ۱۹٪ |

### ۲. فرضیه تحقیق

اکسونومتری تصویر مجسم سه‌بعدی است که در آن هم‌زمان طول، عرض و ارتفاع جسم مشاهده می‌شوند. تشکیل محورهای اکسونومتری (a,b,c) با انحراف زاویه‌ی دید ترسیم تصاویر اکسونومتری را در مسئله‌ی تصویر میسر می‌گرداند. انحراف محور مذکور فرضیه تحقیق را می‌سازد. پرهاش محورهای تایم مخالف و موافق گردش عقربه ساعت تغییرات مقداری انحراف را بالای محورهای ایزومتری ایجاد می‌نماید [۱]. از شکل (۲) دیده می‌شود که در نتیجه چرخش محوری ۱ خلاف گردش و محوری ۲ موافق گردش عقربه ساعت باعث کاهش مقدار حقیقی طول خطوط ایزومتری اجسام هندسی می‌گردد. موضوع مذکور به‌صورت گرافیکی و تحلیلی در این مقاله فرضیه تحقیق را تقویت می‌بخشد.

در اثر تغییر موقعیت محورها (a,b,c) تصویر دایره به شکل بیضوی که دارای اقطار بزرگ و کوچک است در مسئله‌ی تصویر به علت طی‌موازی پرتو مسئله‌ی آن با مسئله‌های ارتسام به اندازه حقیقی خود ترسیم نگردیده با تغییرات مقداری به‌شکل بیضوی که قطرهای آن بالای هم عمود اند ترسیم می‌شوند[۱]. تصویر اکسونومتری دایره به‌صورت گرافیکی وهم شکل تحلیلی نشان دهنده‌ازدیاد و کاهش فواصل نقاط شامل محیط دایره از مرکز در مقایسه با قطر حقیقی دایره در اشکال دو بعدی را می‌سازد [۱]. قطر بزرگ بیضوی بزرگتر از قطر دایره مولد آن ترسیم می‌شود، در حالی‌که قطر کوچک آن مقدار کاهش را نظر به قطر دایره نشان می‌دهد[۱]. ترسیم بیضوی در مسئله‌ی تصویر اکسونومتری در حقیقت محل هندسی نقاط شامل محیط دایره می‌باشد که به‌صورت منحنی رسم می‌گردد. کواردیات هر نقطه شامل محیط دایره با تشکیل وترهای که موازی به محورهای اکسونومتری می‌باشند در مسئله‌ی تصویر اکسونومتری حفظ گردیده و فرضیه تحقیق را تعمیم می‌بخشد.

### ۸. پیشه تحقیق

بشر از عصر که مغاره نشین بود ، رویدادهای زندگی روزمره، جنگ‌ها ، پیروزی‌ها و کمک‌های خود را با نقاشی و ترسیمات بیان می‌کرده‌اند [۹]. هنرمندان مشهور تمدن‌های باستانی مانند فارس‌ها و یونانی‌ها در مورد قوانین ترسیمات سه بعدی نوشته‌های از خود به‌جا مانده اند. از تخنیک‌های گونه‌سازی خطوط که توسط فارس‌ها توسعه داده شده است تا قوانین داونچی قرن ۱۸ در ترسیمات سه‌بعدی و پرسپکتیف پیش‌بینی شده که از نگاه تاریخ نگاری به عصر مغاره نشینی انسان‌ها مطابقت می‌نماید [۱۰]

تاریخچه استفاده از نقشه‌های ایزومتری به قرن‌ها پیش باز می‌گردد. این نوع نمایش در هنرهای قدیمی و طراحی‌های معماری باستانی نیز مشاهده می‌شوند. اما کاربرد گسترده و علمی آن در مهندسی و معماری در قرن ۱۹ و با پیشرفت‌های صنعتی به اوج خود رسید. نقشه‌های ایزومتری در این دور به عنوان ابزاری مهم برای طراحی و تولید به کار گرفته شدند و توانستند نیازهای دقیق و پیچیده‌ی صنایع مختلف را پاسخ دهند [۱۱]

کوتاه سازی خطوط یکی تکنیک ترسیمی بوده که در آن اشیا نزدیک به مقیاس بزرگ ترسیم می‌شوند، در حالی که اجسام دور در مقیاس‌های کوچکتر ترسیم می‌گردند، بنابراین فهم دوربینی یا عمق ایجاد می‌شود که یک نوع تصویر سه اندازه‌یی می‌باشد [۱۱].

معماران باستان از کوتاه سازی خطوط برای بیان تفاوت‌های اجتماعی یا ترسیم چهره‌های شخصی که در موقعیت اجتماعی بالاتری در مقیاس بزرگتر بودند استفاده می‌کردند. درحالی که خدمتکاران و افراد دگر به مقیاس‌های کوچکتری در همان نقاشی ترسیم می‌شد [۱۱].

پروسه ترسیمات سه بعدی اجسام هندسی به‌صورت ماهرانه و تزئینی در آثار آلبرت دانشمندان مشاهده می‌گردد.

ایزومتری از کلمه یونانی گرفته شده است و اندازه برابر به طوری‌که مقیاس در امتداد هر محور از طرح رویی یک پنجم واقعی برابر به آن در طبیعت است، برخلاف پرسپکتیف که در آن همه ابعاد به سمت نقاط محو خیالی پیشتر کوتاه می‌شوند [۱۶]. ترسیم ایزومتری معمولاً در نقشه‌های انجنیری اتومبایل‌ها استفاده می‌شود، درحالی که در طراحی معماری نیز کار برد خوبی را دارد.

در ترسیمات ایزومتری خطوط که موازی به محورهای آن اند بنام خطوط ایزومتری یاد می‌گردند. خطوط که نسبت به محورها موازی نباشند با گرافیک پیشتری در ارتسام ایزومتری به تصویر کشیده می‌شوند. تأثیر مقیاس بالای محورهای ایزومتری و یا ضریب انحراف بطور فرآینده شکل دایره را متغیر می‌سازد طوری‌که تصویر دایره در مرتسمات ایزومتری بشکل بیضوی می‌باشد [۱]

در هندسه‌ی ترسیمی دایره منحنی مسطح بسته و شامل نقاطی از مستوی است که فاصله شان از نقطه‌ی مستقر واقع در آن مستوی مقداری ثابت باشد [۲]. نقطه‌ی ثابت، مرکز دایره و مقدار ثابت، اندازه شعاع دایره نامیده می‌شود. همچنان دایره را می‌توان یک بیضی دانست که محورهای آن به هیچ‌گز متطبق نشد (انحراف مرکزیت آن صفر است)، از این رو دایره یکی از مقاطع مخروط است[۱]. مقطع مخروطی منحنی است که در محل تقاطع سطوی برشی با مخروط پدیدار می‌شود. هنگامی که صفحه برشی با مقطع مخروط موازی باشد منحنی حاصله دایره خواهد بود. دایره مجموعه‌ی نقاط مستوی را به سه گروه تقسیم می‌کند : داخل دایره ، روی دایره و بیرون دایره [۱۱] نسبت محیط دایره به قطر آن (بیشترین فاصله‌ی بین دو نقطه روی محیط) همیشه ثابت است و عدد π نامیده می‌شود. محاسبه‌ی عدد π سابقه‌ای طولانی در تاریخ بشر دارد. ارشمیدس روشی با استفاده از چهار ضلعی‌های محاطی و محیطی برای محاسبه‌ی عدد π ابداع کرد. آپولونیوس و غیاث الدین جمشید کاشانی هم عدد π را به‌صورت تقریبی با دقتی بالا محاسبه کردند. همچنین مساحت دایره برابر است با حاصل ضرب مربع شعاع دایره در عدد π. دایره حداکثر مساحت ممکن برای مقدار معین محیط و حداقل محیط ممکن برای مقدار معین مساحت را دارد.

بنابر اهمیت تاریخی این منحنی، ترسیم اکسونومتری آن در مستوی تصویر با طرق متعدد امکان پذیر است که در این مقاله مطالعه گردیده است.

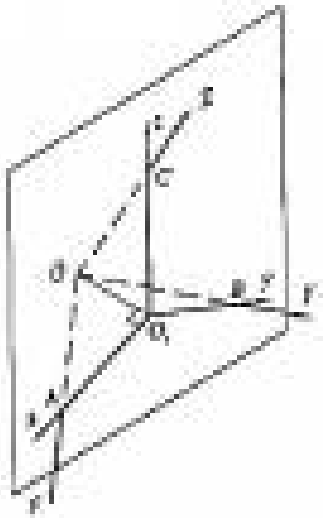
تاریخچه‌ی مطالعه‌ی دایره به پیش از آغاز تاریخ باز می‌گردد؛ چنانچه که اختراع چرخ در ۳۰۰۰ قبل از میلاد و دستیابی نشانه از کشف ویژگی‌های بنیادی دایره دارد [۱] در مصر نیز احتمالاً نویسنده‌ی پاپیروس رایند قانونی برای محاسبه‌ی مساحت دایره به دست می‌دهد که با $\frac{256}{81} \approx 3.16$ برابر است[۲] در بابل حدود ۱۲۰۰ و ۱۹۰۰ قبل از میلاد رابطه‌ی بین مساحت و پیرامون دایره بررسی و عددی به شکل تقریبی $\frac{25}{8} \approx 3.125 = \pi$ تعریف شده است [۳]

دایره کامل‌ترین شکل ریاضیاتیکی دانسته می‌شود و در تاریخ تمدن بشری اهمیتی عمده داشته است. تقریباً همه‌ی وسایل نقلیه بر اساس چرخش چرخ کار می‌کند که وسیله‌ای دایره‌یی شکل است. اغلب ابزارهای میخانیکی و الکترومیخانیکی نیز برای انتقال توان از چرخ دنده بهره می‌برند که معمولاً به شکل دایره است.

در دین‌ها و فرهنگ‌های مختلف، دایره نماد تکامل، برابری بی نهایتی و اولویت است. در دین اسلام دایره نماد جلال خداوندی است [۱۶] بنابراین مقایسه ضرایب انحراف محورهای اکسیومتری ترسیم اکسیومتریک را متأثر می‌سازد که این موضوع در پهلوی خاص انحراف محورها اکسیومتری نیز مطالعه گردیده است.

## ۲. موضوع تحقیق (دریافت ضرایب انحراف محورهای اپروتوری به طریقه تحلیلی)

دراسور تجاری بصورت در رشته ماشین‌سازی از ارتسام اپروتوری قایم، دیمتری قایم و دیمتری فرنتال به‌گونه‌ی وسیع و گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱]. برای این که تصویر اپروتوری جسمی را رسم کایم باید آنرا پیاروی صفحه‌ی و یا در عقب صفحه‌ی تصویر قرار دهیم [۱].




شکل ۱: تصویر یک کنج قایم جسم با روی صفحه‌ی تصویر[۱، ص. ۱۵۸]

$O_1A$: فاصله از کنج جسم الی صفحه‌ی تصویر در جهت محوری x

$OB$: فاصله از کنج جسم الی صفحه‌ی تصویر در جهت محوری y

$OC$: فاصله از کنج جسم الی صفحه‌ی در جهت محوری z

$OO_1$: فاصله‌ی عمودی از مرکز جسم الی صفحه‌ی تصویر

ولی می‌دانیم که هرجسم از محورهای متعامد $x,y$ و $z$ تشکیل شده است و یک کنج سه قایمه را تشکیل می‌دهد. حال می‌توان به جای یک جسم به خصوص یک کنج قایم را در نظر گرفت و تصویر آنرا روی مستوی تصویر به دست آورد. اگر فرض کنیم محورها در پشت مستوی تصویر $P$ واقع باشند، مستوی $P$ را در نقاط $A,B$ و $C$ قطع می‌کند. حال اگر از $O$ بر مستوی $P$ عمود رسم کنیم تصویر قایم $O$ نسبت به صفحه‌ی $P$، $O_1$ خواهد بود. همچنین تصاویر قایم نقاط $A,B$ و $C$ خود این نقاط اند. زیرا در مستوی تصویر واقع شده است شکل(۱). اکنون از $O_1$ به نقاط $A,B$ و $C$ عمود رسم می‌کنیم، $O_1A$ تصویر محور $x$، $O_1B$ تصویر محور $y$ و $O_1C$ تصویر محور $z$ است.

برای ترسیم تصویر هر نقطه‌ی روی مستوی تصویر باید بدانیم طول تصویر به چه نسبتی از طول حقیقی رسم می‌شود. ثانیاً زاویه بین محورها روی صفحه تصویر به کدام اندازه دیده می‌شود. برای این منظور و ساده کردن، روابط ریاضی ذیل مدنظر گرفته می‌شوند.

$$p = \frac{O_1A}{OA}$$ مقیاس روی محور $x$ها

$$q = \frac{O_1B}{OB}$$ مقیاس روی محور $y$ها

$$r = \frac{O_1C}{OC}$$ مقیاس روی محور $z$ها

زاویه بین محور $x$ و $OO_1$ را $\lambda$ می‌نامیم. زاویه بین محور $y$ها $OO_1$ را $\alpha$ می‌نامیم. زاویه بین محور $z$ها $OO_1$ را $\delta$ می‌نامیم. اگر تصویر محور $x$ را به صورت قایم در نظر بگیریم $x$ و $y$ با افق زوایای $\alpha$ و $\beta$ را می سازند شکل (۲). ازمثلث قایم‌الزاویه $AOO_1$ داریم

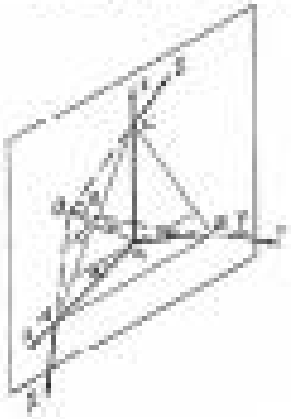
$$O_1A^2 = OA^2 - OO_1^2$$

طرفین رابطه را بر $OA^2$ تقسیم می‌کنیم در نتیجه داریم

$$\frac{O_1A^2}{OA^2} = 1 - \frac{OO_1^2}{OA^2}$$

با توجه به معلومات بالا می توانیم بنویسیم :

$$p^2 = 1 - \cos^2\lambda = \sin^2\lambda$$



شکل ۲: تشخیص زوایای $\delta$ و $\beta, \lambda, \alpha$ [۱، ص ۱۸۸]

مشابه این رابطه را برای مثلث‌های قائم $OO_1B$ و $OO_1C$ می‌توان نوشت:

$$q^2 = 1 - \cos^2\mu = \sin^2\mu$$
$$r^2 = 1 - \cos^2\delta = \sin^2\delta$$

از جمع سه رابطه فوق حاصل می‌نماییم :

$$p^2 + q^2 + r^2 = 3 - (\cos^2\lambda + \cos^2\mu + \cos^2\delta) = \sin^2\lambda + \sin^2\mu + \sin^2\delta$$

مقداری داخل قوس فوق مساوی ۱ است به برابن داریم[1]:

$$p^2 + q^2 + r^2 = 3 - 1 = 2$$

یعنی مجموع مربع‌های مقادیر $p$ های روی سه محور برابر ۲ است .

اگر فرض کنیم $\alpha$ و کوچکترین محور $x$ و $y$ را مثل شکل می‌توان روابط زیر را برای مثلث $AO_1C$ نوشت:

$$AC^2 = O_1A^2 + O_1C^2 - 2O_1A.O_1C.\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$$

و یا

$$OA^2 + OC^2 = OA^2\sin^2\lambda + OC^2\sin^2\delta - 2OA\sin\lambda.OC\sin\delta.\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$$
$$OA^2 + OC^2 - OA^2\sin^2\lambda - OC^2\sin^2\delta = -2OA\sin\lambda.OC\sin\delta.\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$$

$$OA^2(1 - \sin^2\lambda) + OC^2(1 - \sin^2\delta) = -2OA\sin\lambda.OC\sin\delta.\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$$
$$OA^2\cos^2\lambda + OC^2\cos^2\delta = -2OA\sin\lambda.OC\sin\delta.\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$$

چون داریم $OA = \frac{OO_1}{\cos\lambda}$ و $OC = \frac{OO_1}{\cos\delta}$ پس داریم :

$$OO_1^2 + OO_1^2 = -2\frac{OO_1^2}{\cos\lambda.\cos\delta}\sin\lambda.\sin\delta.\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$$

$$2OO_1^2 = -2OO_1^2\frac{\sin\lambda}{\cos\lambda}.\frac{\sin\delta}{\cos\delta}.\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$$
$$\sin\alpha = \cot g\,\lambda.\cot g\,\delta$$
$$\sin\beta = \cot g\,\mu.\cot g\,\delta$$

$$p^2 + q^2 + r^2 = 2, \ldots,^1$$
$$\sin\alpha = \cot g\,\lambda.\cot g\,\delta$$
$$\sin\beta = \cot g\,\mu.\cot g\,\delta$$

همان طورکه ملاحظه می‌شود می توانیم جسم مورد نظر را با زوایای مختلف پیشروی مسیری تصویر قرار دهیم و هر مرتبه یک تصویر سه بعدی جدید را بدست آوریم ولی همه‌ی تصاویر مطلوب نیستند.

یکی از تصاویر سه بعدی مطلوب تصویری است که سه وجه مجسم را به یکدیگر نسبت نشان دهد. به‌عبارت دیگر مقیاس روی سه محور یکسان. تغییر کند این نوع تصویر سه بعدی را تصویر ایزومتری می‌نامند [1].

بنابراین در تصویر سه بعدی ایزومتری روابط (۱) به شکل زیر درمی‌آید [1].

$$p^2 + q^2 + r^2 = 2 \quad \ldots\ldots(1)$$
$$p=q=r$$
$$3p^2 = 2$$
$$P = \cdot,\lambda\text{۱۴} \cong \cdot,\lambda\text{۲}$$

یعنی در تصاویر مجسم ویا سه بعدی ایزومتری طول خطوط ۸۲٪ چند اندازه روی محورها رسم می‌شود. به عبارت دیگر ۱۸٪ کم‌تر از اندازه حقیقی است [2].

ولی از آن‌جای که تصویر سه بعدی جنبه‌ی نمایشی دارد ودر کارهای اجرایی از آن استفاده نمی‌شود. برای سهولت به جای ۸۲٪ اندازه حقیقی را رسم می‌کنند از طرفی چون $p=q=r$ می باشد پس

$$\sin\lambda = \sin\mu = \sin\beta \rightarrow \lambda = \mu = \beta$$

یعنی زوایای سه محور نسبت به مستوی تصویر مساوی اند و می‌توان نتیجه گرفت که زوایه بین سه محور در تصویر مساوی است و به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$AO_1C = BO_1C = AO_1B = 120^\circ$$
$$\alpha = \beta = 30^\circ$$

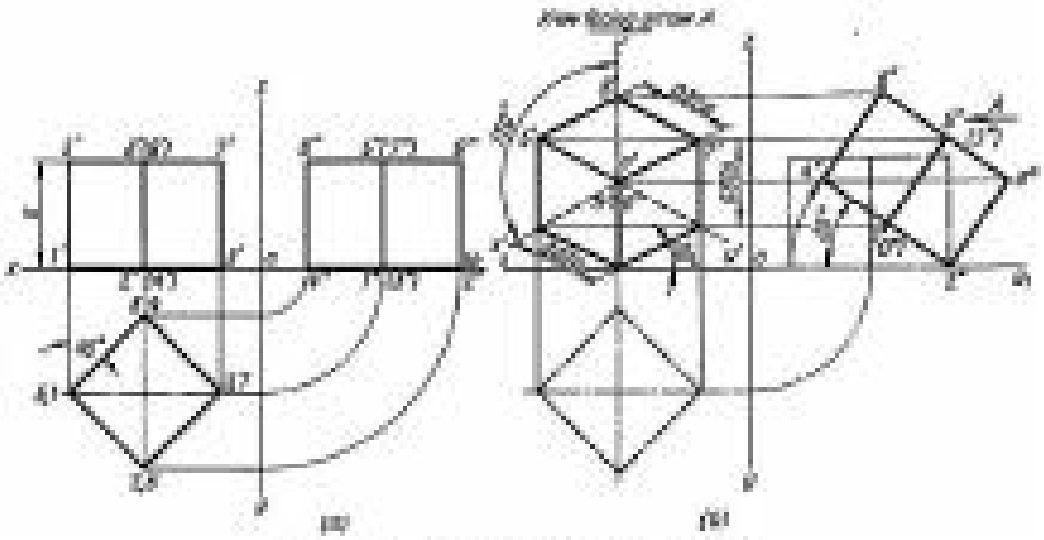
از آنچه گذشت نتیجه می‌گیریم:

در تصویر سه بعدی ایزومتری مقیاس روی سه محور باهم مساوی اند و مقدار آن ۸۲٪ اندازه حقیقی است اما جهت سهولت درکارهای گرافیکی آنرا برابر اندازه حقیقی رسم می‌کنیم. همچنین زاویه بین سه محور مساوی $120^\circ$ است. به عبارت دیگر زوایای محورهای (x,y) با افق زاویه $30^\circ$ تشکیل می‌دهند [1] [2].

دریافت زاویه میان محورهای ایزومتری را می‌توان با قواعد گرافیکی نیز دریافت نمود و با مقدار وسعت زاویه‌ای که از طریقه تحلیلی به‌دست آمده مقایسه کرد.

**۱. دریافت ضرایب محورها ایزومتری به شیوه گرافیکی**

برای اثبات این موضوع ترسیم ایزومتری قایم مکعب از روی نقشه‌ی ارتفاعی داده شده که وجوه آن مربعی و عمود بالای مستوی‌های ارتفاع اند درنظر می‌گیرم. اول مکعب را حول محور عمودی $z$ (عمود بالای مستوی ارتفاع افقی $H$) به اندازه زاویه $45^\circ$ شکل(۳) به منظور ساده‌گی مکعب در مستوی ارتفاع افقی $H$ قرار داده می‌شود. دوران می‌دهیم بعداً مکعب را برای بار دوم حول محور افقی $x$ که عمود بالای مستوی ارتفاع جانبی $W$ است به اندازه $35^\circ$ درجه (جهت دقت بیشتر به اندازه $35^\circ 17'$ شکل(۴)) می چرخانیم [10].



شکل ۳. تشکیل محورهای ایزومتری[۱۰، ص. ۱۱۴]

«ایزومتری با نقطه نشانگر مکعب مستطیل
b. تصویر مشخص شده مکعب مستطیل جهت دریافت ضرایب انحراف

مراحل حل روی کار شبیه دوران مکعب بسیار ساده می‌باشد اگر یک خط از رأس 2 مکعب که بالای مستوی ارتسام افقی H قرار دارد و موازی به مستوی ارتسام مقابل V منتخب محور دوران انتخاب گردد. در این‌جا قطر ۶-۴ عمود بالای مستوی ارتسام مقابل V و با جهت ارتسام ایزومتری منطبق می گردد که درنتیجه ارتسام ایزومتری مکعب را در مستوی ارتسام مقابل V می توان حاصل نمود شکل (۳).

طوری‌که از شکل دیده می شود اضلاع مکعب که موازی به محورهای OZ ،OY و OX ارتسام فلیپ‌الزاویه پرداند آنرا به زاویه ۱۲۰° نسبت به خودگر بعد از دوران قرار می‌گیرند و طول آنها به اندازه 0.82 از طول حقیقی کوتاه گردیده است [۱۱].

هرگاه ارتسام ایزومتری حاصله شده مکعب یکجا با محورهای ایزومتری $'o'x$، $'o'y$، $'o'z$ مقایسه گردد نتایج ذیل حاصل می‌شود:

۱. محورهای $'o'x$، $'o'y$، $'o'z$ به زاویه ۱۲۰° نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند.

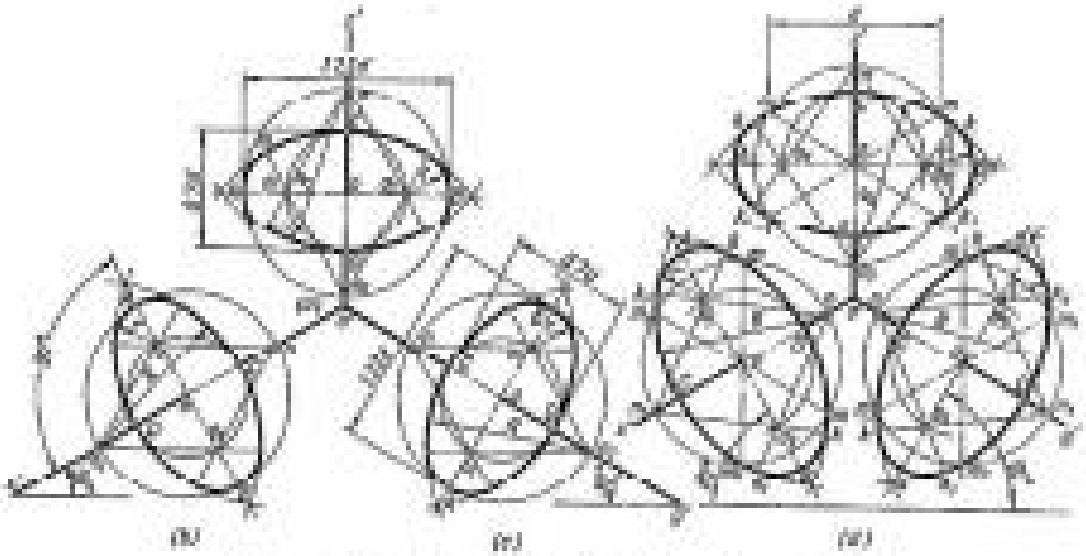
۲. طول خطوط مستقیم به اندازه ۰.۸۲ طول حقیقی خود کاهش می‌یابند. ولی جهت ساختن ترسیمات کاهش خطوط در نقشه‌های انجنیری و ترسیمی مدنظر گرفته نمی‌شود. طول حقیقی خطوط موازی به محورها نشانی می‌گردند.

در نتیجه چرخش اضلاع مستقیم نقشه‌ها به طول حقیقی خود ترسیم میشوند مشروط بر این که موازی به محورهای ایزومتری باشند. ولی تصویر دایره به بیضوی با قطر اطول 1.22D بزرگ گردیده و قطر کوچکش آن به اندازه 0.71 کاهش می‌یابد. این میگالوف و آ. ویتوف ۲۰۱۲ از کانون هندسه‌ی روسیه شامل بیضوی حقیقی را به ترسیم شبه

بیضوی با چهار مرکز به عنوان تقریبی در نظر است می‌نماید و عنوان ترسیم شبه بیضوی در شکل (۳) نشان داده شده است [۱۰].

قطر بزرگ بیضوی را ترسیم نموده و نقطه‌ای تقاطع آنرا با محوری ۵ توسط حرف a نشان می‌دهیم شکل (۴-ب). از نقطه‌ی a منحیث مرکز به شعاع مساوی به نصف طول قطرکوچک و نصف طول قطر بزرگ به ترتیب دو دایره متحدالمرکز ترسیم نموده که قطر بزرگ بیضوی را با دایره کوچکتر در نقاط ۵۰ و قطر کوچک بیضوی را با دایره بزرگتر در نقاط M و N قطع می‌نماید. از نقاط M و N با شعاع مساوی به Dm و ۵۰ به ترتیب دو قوس ترسیم می شوند که با قوس‌های که از نقطه‌ی ۵۰ با شعاع $r = 0.78$ ترسیم شده اند مماس باشند [۱۱].

اگر دوایر داخل مستوی‌های موازی به مستوی‌های V و H باشد. در این‌صورت محوری کوچک شبه بیضوی به ترتیب با محورهای 'a'a و 'o'o عمود خواهد بود. اشکال (۴-ب) و (۴-ج) و این شبه بیضوی‌ها به طریقه مشابه که در شکل (۴-ب) توضیح داده شد ترسیم می گردند. در شکل (۴-د) عنوان دگر ترسیم شبه بیضوی نشان داده شده است. محور کوچک شبه بیضوی AB را عنوان یکی از محورهای ایزومتری 'a'o' و 'a'o ترسیم نموده و از طریق مراکز شبه بیضوی‌ها خطوط مستقیم ۱'۱'، موازی به محورهای ایزومتری ترسیم می‌گردند. با مرکزقراردادن نقطه‌ی a و با قطرهای مساوی به ab دوایر را ترسیم نموده که محورهای ایزومتری را در نقاط 1 و ۱۰ قطع نماید. از این نقاط الی نقطه‌ی m قوس‌های به شعاع R ترسیم نموده و شبه بیضوی ساخته می‌شود. درباره مراکز قوس‌های مماس ۵۰ و ۵۰ نقطه خط‌های ۱a که به اندازه نصف محور کوچک از مرکز a به هردوطرف نشانی می گردند [۱۱].



(ج) (ب) (د)

شکل ۴: ترسیم ایزومتری دایره به کمک ضرایب با چهار مرکز [۱۰، ص ۱۱۰]

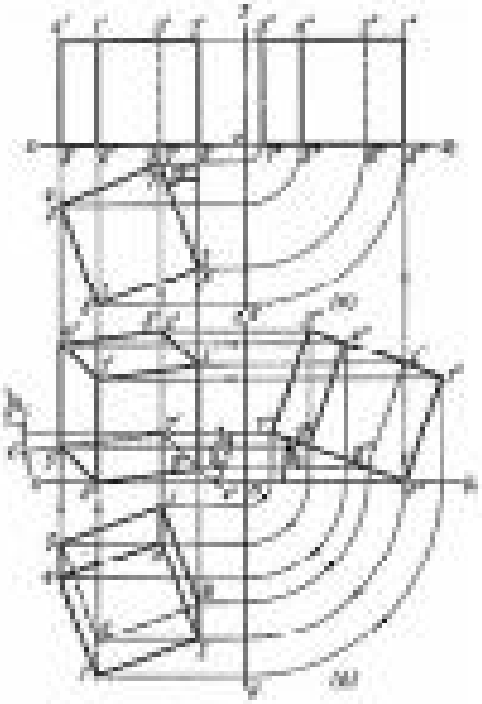
د. طریقه گرافیک تحلیلی ترسیم ایزومتری دایره
ا. طریقه گرافیکی ترسیم ایزومتری دایره

**۱۱. دریافت ضرایب انحراف بالای محورهای دیمتری**

طوری‌که در ارتسامات ایزومتری مطالعه نمودیم ضرایب انحراف از طریق ارتسامات فایم‌الزاویه یک مکعب می‌تواند برای هردو یعنی ارتسامات ایزومتری و دیمتری با کاربرد میتود دوران دوگانه با زوایای مختلف ترسیم و استفاده شود.

برای دریافت ضرایب انحراف در دیمتری اول مکعب به اندازه ۲۰° درجه حول محوری عمودی شکل (a) دور داده می‌شود، دوران دوم حول محوری افقی است که عمود بالای مستوی $W$ می‌باشد. دراین‌جا نیز زاویه دوران ۲۰° است. مرتسم حاصل مکعب که بعد از دوران حاصل می گردد، مرتسم دیمتری قایم خواهد بود [11].

بعد از پروسه‌های گرافیکی که در طول ذکر به‌عمل آمد، اندازه‌گیری نشان می‌دهد که محور $o'a'$ مکعب نسبت به افق میلان $7^{\circ}10'$ و محور $o'c'$ دارای میلان $41^{\circ}25'$ با افق تشکیل داده است. مقدار میلان محورهای دیمتری با استفاده از وسایل ترسیم نیز حاصل شده می‌تواند یعنی: محوری $o'a'$ عمود قرار می‌گردد، محور $o'a'$ به زاویه $7^{\circ}10'$ با خط افق و محور $o'c'$ زاویه $41^{\circ}25'$ با خط افق تشکیل می‌کند. تمامی خطوط مستقیم موازی به محورهای $ox$،$oy$،$oz$ در ارتسامات فایم‌الزاویه موازات خویش را با ترتیب با محور همنوع خود در دیمتری حفظ می‌نمایند. طول قطعه خط‌ها در استقامت محورهای $o'a'$ و $o'c'$ به اندازه 0.94 اندازه‌حقیقی و در استقامت $o'b'$ به اندازه 0.47 طول حقیقی کاهش می‌یابد [1].



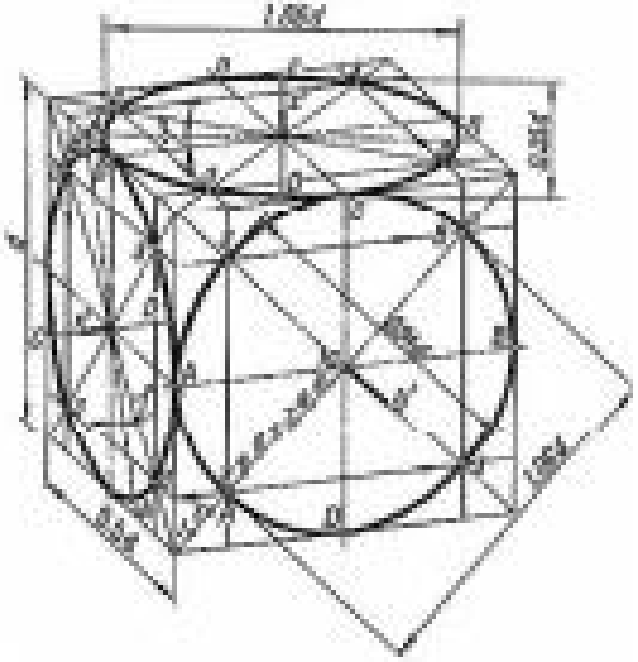
شکل ۵. ترسیم دیمتری مکعب با استفاده از دوران[۵، ص ۱۷۲]

a. دوران دو با تقطه مستطیل مکعب مستطیل

b. تصویر محصول یافته مکعب مستطیل جهت دریافت ضرایب انحراف

برای ساده سازی، خطوط همیشه در نقشه دیمتری در امتداد محوری 'a'a و محوری 'b'b کوتاه نمی‌شوند مگر در استثنا 'a'a طول واقعی نصف می گردد [1]

دوایر در دیمتری به شکل بیضوی تجلید چهره می‌نماید شکل(۶) جهت ترسیم مراسم دیمتری هر دایره بیضوی است با که تعاری یکاد مسنوی موازی محورهای 'a'a و 'b'b است نصف قطر بزرگ توزی به (۱۰ حصه مساوی تقسیم می گردد و حصه شماره 3 آن بالای قطر بزرگ بیضوی مورد ضرورت قرار دارد. از طریق نقطه 3 دو خط موازی به 'a'a و 'b'b ترسیم می‌شود که قطرهای بیضوی را در نقاط 1 قطع می‌کند و نقاط دریافتی نیز شامل بیضوی مورد نیاز اند. درنتیجه ترسیم توزی با استفاده نقاط 3 را میسر می‌گردد[۶]. دیده می‌شود که محور بزرگ بیضوی‌ها AB در تمامی حالات مساوی به 1.06D است، جای‌که D قطر دایره مواد می‌باشد. CD محور کوچک بیضوی مساوی به 0.75D درصورتی‌که بیضوی شامل ویا موازی به متوازی‌الاضلاع که موازی به مستوی‌های ارتسام افقی و عمودی قرار داشته باشد. ولی اندازه قطر کوچک بیضوی در متوازی الاضلاع که شامل ویا موازی به مستوی ارتسام مایل است مساوی به 0.71D توزی می‌باشد.




شکل ۶: ترسیم دایره در دیمتری ایزومتریک، ص ۱۷۶

جهات که توسط پیکان نشان داده شده است یک عملیه گرافیکی بوده و در قسم اول موازی به محور AB ترسیم می‌گردد تا قطرهای بیضوی را قطع ننماید. بدین‌ترتیب نقاط 3 بالای هر سه محور ارتسام دیمتری مکعب دریافت می شوند.

علاوه به نقطه‌ی 3 در این جا چهار نقطه‌ی دیگر که متعلق به بیضوی طرف ضرورت بوده و به نام نقاط وسطی کناره‌های متوازی‌الاضلاع (به طور مثال نقطه‌ی 4) یاد می‌شوند نیز موجود اند. از طریق نقاط که دریافت گردیده اند یک خط هموار از ربعه فرنچ‌کرف ترسیم نموده بیضوی حاصل می‌شود.

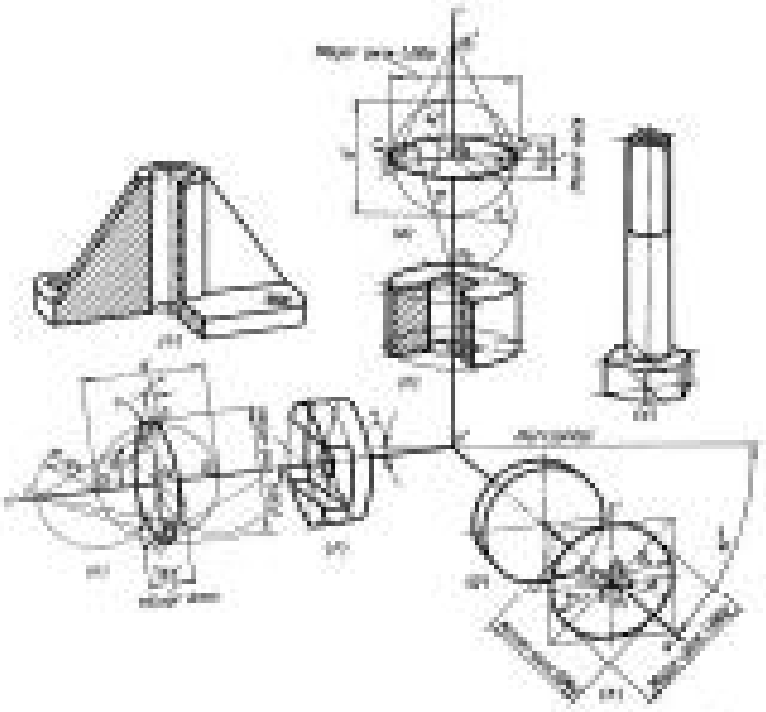
بعضی اوقات بیضوی دیدنی را با شبه بیضوی که ترسیم آن ساده تراست تبدیل می‌نمایند[۹]. این موضوع در شکل (۷) تشریح گردیده است به‌طوری مثال ترسیمات ارتفاع دیدنی دایره را که بالای مستوی عمود به محوری 'a'a است یعنی موازی به مستوی ارتفاع مقابل 'V شکل (۷) را در نظر می‌گیریم.

محورهای 'c'c و 'd'd را ترسیم و بالای آنها از نقطه‌ی o' طول‌های مساوی به $0.5D$ را نشانی می نمایم. از نقطه‌ی o' من‌حیث مرکز دایره کمکی مساوی به $0.5D$ ترسیم می گردد. از نقاط b و b' منحیث مراکز با شعاع مساوی به $R$ دو قوس ترسیم می‌شوند و همچنان از نقاط A و A' به مثابه مراکز با شعاع R دو قوس دیگری را ترسیم می‌کنیم در نتیجه شبه بیضوی مورد نظر تکمیل می‌شود [۱]

اکنون ترسیم دیدنی دایره که حاوی یک مستوی عمود به محوری 'a'a است مدنظر گرفته می‌شود شکل(۸) از o' به مثابه مرکز با شعاع مساوی به R که زاویه کننده یک دایره می‌باشد. قوس ترسیم می‌شود که محوری عمودی 'a'a را در نقاط M و $M_1$ و محوری 'c'c را در نقاط $c_1$ و $c_2$ قطع نماید [۳]

از نقاط $c_1$ و $c_2$ باشعاع R قوس‌های را ترسیم می نمایم که محوری 'a'a را درنقاط C و $C_1$ قطع نماید - پیوست آن از این نقاط به حیث مراکز به شعاع R مساوی به طول $CN = R$ دو قوس ترسیم می گردند که منتج به دریافت نقاط E و $E_1$ از تقاطع خطوط CN و $C_1N_1$ به ترتیب با محوری بزرگ شبه بیضوی حاصل می‌گردد.

از این دو مرکز قوس‌های مماس به شعاع $R = EN$ ترسیم می‌شوند تا بیضوی مورد ضرورت تکمیل شود. تصویر دیدنی یک بولت چوری‌کنش شده درشکل (۸) نشان داده شده است.



شکل ۸: دیدنی مولدهای سوراخ‌دار و دوایر به‌طریقه‌ی دومی [۱۰، ص. ۱۲۲]

a. دیسکی قطع شده مدل سه بعدی، b. دیسکی دایره در مستوی ارتسام افقی، c. دیسکی استوانه میان تهی قطع شده، d. دیسکی پوشش داخلی، e. دیسکی دایره در مستوی جانبی، f. دیسکی استوانه در مستوی ارتسام جانبی، g. دیسکی دایره در مستوی مقابل و h. دیسکی استوانه در مستوی ارتسام مقابل

## ۱۲. نتیجه گیری

از مطالعه و بررسی دریافت ضرایب انحراف بالای محورهای اپزومتری با شیوه‌های گرافیکی وتحلیلی نتایج فشرده ذیل حاصل می‌گردد.

۱. ضرایب انحراف یعنی شاخص‌های محورها اپزومتری با رجوع به هر دو طریقه به عین قیمت حاصل گردند.

۲. تثبیت ضرایب انحراف به طریقه گرافیکی نسبت به شیوه محاسبوی ساده بوده و کاربرد آن در هنگام ترسیمات قدامت بیشتر می‌یابد.

۳. مقایسه ضرایب انحراف به شیوه تحلیلی و گرافیکی نتایج یکسان یعنی به کاهش تقریبی ۱۸٪ منجر می‌گردد.

۴. دریافت ضرایب انحراف به شیوه تحلیلی نیازمند محاسبات مقدماتی بوده، در حالی‌که دریافت ضرایب مذکور به طریقه‌ی گرافیکی به مراتب ساده می‌باشد.

۵. دوران وجوه مکعب در طریقه‌ی گرافیکی مولد زوایای به وسعت ۱۲۰° میان محورهای اپزومتری می‌گردد. در حالی‌که زاویه انحراف به طریقه‌ی تحلیلی به محاسبات اضافی ضرورت دارد.

## ۱۳. یافته ها

۱. شگردهای ترسیم ارتسامات موازی تنها یکبار در مراحل اول با تمرکز بر نقشه‌های انجنیری میخانیک و یا برخی از روش‌های اولیه طراحی برای محصولات صنعتی، توضیح می‌گردند. حتی شیوه‌های اولیه طرح ریزی که قبلاً در برنامه سال اول پوهنتون پولی تخنیک وجود داشت. اکنون در برخی از رشته‌ها از برنامه درسی حذف شده است. محصلان در سال اول پوهنتون پولی‌تخنیک کابل بدلیل عدم موجودیت زمان کافی برای یادگیری ارتسام اپزومتری در سال‌های بعدی در ترسیم اپزومتری نقشه‌های رشتوی خویش با مشکلات زیادی در کارهای گرافیکی مواجه می‌شوند.

۲. بر علاوه ترسیم اپزومتری روش‌های مرسوم ارتسام موازی سه بعدی دگر نیز وجود دارند که معمولاً توسط انجنیران در سراسر جهان استفاده می‌شوند، مانند کاوالیر، کابینت، دیمتری قایم، دیمتری فرنتالی، پرسپکتیف و سایر روش‌ها که باز نبود زمان کافی به آنها اصلاً پرداخته نمی‌شود.

## ۱۴. مقایسه

از مطالعات فوق، نتیجه زیر به دست می‌آید:

۱. نتایج دریافت ضرایب انحراف به طریقه‌ی گرافیکی و تحلیلی مشاهده می‌گردد که مقدار ضرایب مذکور مساوی حاصل می‌شوند. این موضوع با کارهای تحقیقاتی قبلی نیز مقایسه گردیده و نتایج آن قناعت بخش است.

۲. نتایج که با استفاده از شیوه گرافیکی حاصل می‌گردند به مراتب ساده و قابل درک بوده و به سهولت دریافت می‌گردد.

۳. در تحقیقات و کتب قبلی ضرایب مذکور با شیوه تحلیلی محاسبه گردیده است در حالیکه روش گرافیکی در مقایسه با روش تحلیلی ساده و آسان می‌باشد.

## ۱۵. پیشنهادات

۱. پیشنهاد می‌گردد باور موثریت موضوع روش‌های دگر ترسیم اشکال سه‌بعدی شامل پروگرام درسی پوهنتون پولی‌تخنیک گردد.

۲. جهت برجسته ساختن نقشه‌های ساختمانی مانند (سرک‌های موتروی، پل‌ها، بندها و تعمیرات) بهتر است از ارتسام مرکزی (دورنما) استفاده به عمل آید.

۳. جزئیات و گروپ‌های تعمیرات و اجزای کوچک نقشه‌ها با استفاده ارتسام موازی قایم که مناسبترین شیوهٔ آن ایزومتری است ترسیم گردد.

۴. به منظور سهولت در کارهای ترسیماتی، دوایر بهتر است با استفاده از پرکار مرکز جهت وضاحت در تصاویر سه کانونی ترسیم شوند.

## ۱۶. منابع


[1] روحانی، مشهدی، مهدی، محمد، (۱۳۶۵)، ترسیم فنی، دانشگاه صنعتی شریف.

[2] کاکر، محمد سعید، (۱۳۶۹)، کانال انتشارات مستقل.

[3] داداری، نصرالله، (۱۳۶۸)، هندسه ترسیمی، کابل، انتشارات پوهنتون پولی‌تخنیک.

[4] پور، محسنی کیور، وفایی، فرشته، مریم و آزاد فلاح، پروز (۱۳۹۳)، انرژی‌های کامپیوتری بر توانایی چرخش ذهنی نوجوانان، نازه‌های علوم شناختی، ۱۶(۳)، ۴۲-۵۵.

[5] رضوی، علیرضا، (۱۳۹۴)، مشارکت، مشهد-ایران، آهنگ قلم.

[6] Myers, C.T.(1958). "Some Observations of Problem Solving in Spatial Relations Tests ( ETSRB 58- 16), Educational Testing Service": Princeton,TJ.

[7] Nagy-Kondor, R.(2010). " Spatial Ability , Descriptive Geometry and Dynamic Geometry Systems"; Annales Mathematicae et Informaticae, 37: 199-210.

[8] G. Oprea, et al., " Some applications of geometrical loci in descriptive geometry", in Scientific Bulletin UPB, Series D, vol. 60, no. 3-4, 1998,pp.109-113.

[9] N.N. Mihaileanu , 1985, Complemente de geometrie sintetica, Editura Didactica si Pedagogica. Bucuresti,.

[10] S. Bogolyubov, A.Voinov, 2014, Engineering Drawing ,Moscow, Mir.

[11] David P. Madsen,2017, Engineering Drawing and Design,sixth Edition,Canada by Nelson Education ,Ltd.

[12] Arustamov,K.H,2010,Problems in Descriptive Geometry,Moscow,Mir Publishers.

[13] Gary R. Bertoline,2002, Introduction to Graphics Comunication for Engineers, Fith Editon,McGraw Hill.

[14] Корнев. Ю.И,2007, Черчение для строителей,Высшая Школа Москва: Мекр

[15] Рускевич. Н. Л. 1970. Начертельная Геометрия. Будивельник. Киев. Киевская Типография Будивельник.

[16] Фролов. С. А. 1978. Начертательная Геометрия, Авиационного Технологического Института, Учебник Втуов.

**بیوگرافی مولف:**

محترم پوهنوال محمد عرفان عارف استاد دیپارتمنت هندسه‌ی ترسیمی و رسم تخنیک پوهنځی ساختمانی پوهنتون پولی‌تخنیک کابل می‌باشد. موصوف از رشته‌ی ساختمان‌های صنعتی مدنی پوهنتون پولی‌تخنیک کابل به سویه ماستر در سال ۱۳۹۸ هجری قمری فارغ گردیده است . دارای چهار اثر تالیفی و ۱۹ مقاله علمی وبین المللی می‌باشد ساحه تحقیق پوهنوال محمد عرفان عارف طرحریزی ساختمانی‌های آهن‌کانکریتی مقاوم باربرای اقلی ، تعمیم تیوری‌های تحول ارتعام جهت حل مسایل متریک و غیرمتریک و هندسه شیوه‌های گرافن تحلیلی دریافت خط تقاطع مستوی با سطوح می‌باشد.